2012

UNED

DISEÑOS DE INVESTIGACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

[TEMA 6]

Análisis de datos en diseños intra-sujetos

ÍNDICE

6.1.- Introducción

En este capítulo aprenderemos a analizar los resultados obtenidos en un diseño experimental en donde se ha manipulado una única variable independiente (es decir, un único factor en la terminología ya estudiada en el Capítulo 5) con más de dos niveles pero de forma intra-sujeto. Esto significa que todos los participantes (o unidades de observación) han pasado por todos los niveles del factor. A este tipo de diseños también se les conoce como diseños de medidas repetidas en el sentido de que a cada sujeto se le repite la medición de la variable dependiente en diversas condiciones, tantas como niveles tenga el factor manipulado. También se les conoce como diseños de medidas dependientes debido a que las puntuaciones de un mismo sujeto muestran dependencia estadística entre ellas. Esta particularidad tendrá consecuencias importantes para el análisis debido a que las observaciones realizadas sobre cada unidad de observación se encuentran relacionadas.

6.2.- Objetivos

Al finalizar este capítulo, el alumno podrá ser capaz de:

- Diferenciar un diseño de un factor intra o intersujeto.
- Reconocer las ventajas e inconvenientes de cada uno de estos diseños.
- Aplicar los cálculos necesarios para evaluar la significatividad de un factor manipulado intra-sujeto, es decir, para determinar si el factor afecta a la variable dependiente.
- Informar de los resultados de un ANOVA de un factor intra-sujeto.

6.3.- Diseños de un factor intra-sujetos

Es posible que el alumno haya observado por sí mismo que, en algunos casos, un factor (es decir, una variable independiente) puede manipularse de manera distinta a la creación de grupos distintos, que es la forma en que se ha presentado hasta el momento la manipulación de una variable independiente y que se estudió en el capítulo previo. En ciertos casos, en vez de formar un grupo distinto de unidades de observación (usualmente los participantes en un experimento pero que también pueden ser empresas comerciales, departamentos, terapias, etc.) y someter a cada uno de los sujetos de estos grupos a un único nivel del factor, se puede pensar en someter a cada unidad de observación a todos los niveles del factor. En este caso diremos que el factor se ha manipulado intra-sujetos y lo representaremos introduciendo el nombre o símbolo del factor entre paréntesis.

Ejemplo 6.1.- Durante todo este capítulo trabajaremos con un fenómeno extraído de la Psicología de la Atención utilizado para evaluar defectos atencionales. Nos referimos al *efecto Stroop*. El efecto *Stroop* se define en función de la diferencia de los tiempos de reacción medios existente entre tres condiciones experimentales consistentes en presentar palabras de color (*v.g.*, verde) escritas en tintas de diferentes colores (*v.g.*, tinta roja, verde o azul). La tarea del sujeto es nombrar lo más rápidamente la tinta en que se encuentran escritas las palabras, no la palabra escrita. En estos experimentos, lo más usual es que existan tres condiciones (niveles del factor): congruente, incongruente y neutral. En la condición congruente se presentan palabras de color escritas en el mismo color que representan (*v.g.*, verde, rojo, azul). En la condición incongruente, las palabras y el color no coinciden (*v.g.*, verde, rojo, azul). El hecho de que el sujeto tenga que decir en voz alta y rápida "rojo" cuando se le presenta la palabra "verde" provoca un incremento del tiempo de reacción medio así como un incremento en el número de errores de esta condición en relación a la condición neutral. En la condición neutral, se suelen presentar estímulos semánticamente neutros (*v.g.*, xxxxx, xxxxx, xxxxx), aunque hay otras posibilidades. La tarea del sujeto sigue siendo nombrar el color de la tinta. La investigación sigue tratando hoy en día de identificar el mecanismo que produce este efecto (véase el artículo de Melara y Algom, "*Driven by information: A Tectonic Theory of Stroop Effects*" de 2003, para ver un modelo formal que trata de explicar los efectos experimentales observados utilizando este paradigma).

Siguiendo con el fenómeno y la situación experimental mostrada en el Ejemplo 6.1, cuando realizamos un experimento clásico para demostrar el efecto *Stroop* podemos realizarlo, a grandes rasgos, de dos maneras distintas.

Con un **diseño inter-sujetos** visto en el Tema 5, utilizaríamos tres grupos distintos de participantes y cada grupo sería sometido a una única condición, congruente, incongruente o neutral. En consecuencia, cada sujeto tendría única y exclusivamente una puntuación (la media del tiempo de reacción –TR– de todos aquellos ensayos de la condición a la que haya sido asignado).

Con un **diseño intra-sujetos**, por el contrario, presentaríamos a <u>todos</u> los participantes las tres condiciones experimentales. En consecuencia, obtendríamos para cada participante tres puntuaciones: la media del TR en la condición congruente, la media del TR en la condición incongruente y la media del TR en la condición neutral.

Para diferenciar simbólicamente este tipo de diseños (intra-sujetos) de los anteriores (inter-sujetos) introduciremos el factor experimental entre paréntesis en combinación con el factor sujetos. Por consiguiente, en nuestro caso lo representaríamos como (A $\times$ S). Es decir cuando veamos los símbolos A $\times$ S representaremos un experimento inter-sujetos, mientras que un experimento intra-sujetos lo representaremos mediante (A $\times$ S).

El sistema que utilizaremos para denotar las puntuaciones individuales, los sumatorios de cada condición y demás cálculos, es idéntico al utilizado en el diseño inter-sujetos y, para un seguimiento sencillo del procedimiento de análisis, presentaremos el capítulo al hilo de unos datos hipotéticos referentes al ejemplo presentado.

Ejemplo 6.2. Supongamos que en un experimento de Stroop clásico con tres condiciones hemos obtenido las puntuaciones medias de TR que se observan en la siguiente tabla:

Tabla 6.1

	Niveles del Factor A (Condición de Stroop)		
	Condición congruente	**Condición incongruente**	**Condición neutral**
	a_1	a_2	a_3
Participante 1	0,545	0,832	0,620
Participante 2	0,630	0,736	0,635
Participante 3	0,610	0,663	0,680
Participante 4	0,680	0,715	0,660
Participante 5	0,590	0,880	0,700
Participante 6	0,600	0,790	0,670

Con la letra mayúscula A designamos al factor, representando el número de niveles por la misma letra pero en minúscula. En nuestro caso a = 3.

Cada valor numérico que aparece en el grueso de la Tabla 6.1 representa la media de TR para varios ensayos (por ejemplo la media en 50 ó 100 ensayos para cada uno de los valores). Si en el experimento (ficticio) se hubiesen utilizado 100 ensayos por condición, esto significaría que cada sujeto habría tenido que realizar 300 ensayos (100 para la condición congruente, 100 para la incongruente y 100 para la neutral). Esto señala un inconveniente de los diseños intra-sujetos, a saber, a igualdad de condiciones, los participantes son sometidos a muchos más ensayos que en el diseño inter-sujetos, lo cual puede introducir efectos de fatiga y/o aprendizaje.

En nuestro ejemplo las condiciones experimentales se presentaron en diferente orden para cada sujeto (a unos sujetos se les presentaría primero la condición congruente, luego la incongruente y por último la neutral; otros pasarían primero por la neutral, luego la congruente y por último, la neutral; otros pasarán primero por la condición incongruente, luego la neutral y por último, la congruente). A este procedimiento metodológico para evitar que el orden de los tratamientos interfiera con los resultados se le conoce como contrabalanceo de las condiciones experimentales. No obstante, esta necesidad de contrabalanceo sólo se presenta si utilizamos un diseño en que todos los estímulos del mismo tipo se presentan agrupados. En el caso de que todos los estímulos se presentaran aleatoriamente, el control metodológico del contrabalanceo no tendría sentido.

Resulta útil considerar la Tabla 6.1 como el total entrecruzamiento de dos factores: el factor A que estamos manipulando (condición de Stroop) y los sujetos (Factor S), asemejándose en este sentido al diseño de dos factores que se verá en el Tema 7. En el diseño inter-sujetos este entrecruzamiento no existía debido a que cada sujeto sólo participaba en un nivel de A.

Se admite que los niveles absolutos de actuación de los sujetos pueden diferir (algunos serán mejores y otros peores, es decir, más rápidos y con menos errores o más lentos y con más errores) pero el patrón de respuesta ante las tres condiciones no debe diferir significativamente entre distintos sujetos si consideramos que A no interactúa con S. Esto es lo que significa que no exista interacción entre los factores A y S. Si distintos sujetos respondieran de forma diferente a las condiciones experimentales, tendríamos una interacción. En el diseño intra-sujetos se admite (o se asume) que no existe interacción entre el factor y los sujetos.

Como ya vimos en el tema 5, el análisis del ANOVA exige dividir los componentes de la **variabilidad total** observada en la variable dependiente (σ^2_{Total} o σ^2_T), **en varios componentes aditivos**. En nuestro caso encontramos tres componentes que puedan aportar variabilidad a los datos:

En primer lugar, la **variabilidad del factor que estamos manipulando** si efectivamente afecta al tiempo de reacción medio, ya que existe la posibilidad de que la variable independiente manipulada, el factor A, no afecte a la variable dependiente Y (en nuestro ejemplo, el TR).

En segundo lugar la **variabilidad de los sujetos**. Los participantes difieren en muchas características individuales y, en consecuencia, no se comportan exactamente igual ante las condiciones experimentales presentadas; en definitiva, también son una fuente de varianza.

Finalmente, la **variabilidad debida a la interacción entre el factor y los sujetos**. Es decir, la posibilidad de que no todos los sujetos respondan con el mismo patrón de respuestas ante las tres condiciones experimentales.

Por consiguiente buscamos la parte de variabilidad que aporta el factor manipulado (σ^2_A), la parte de variabilidad que aportan los sujetos o participantes (σ^2_S), y la parte de variabilidad que aporta la interaccion entre ambos ($\sigma^2_{(A\times S)}$), a la variabilidad total. Para realizar el tratamiento del análisis de datos necesitamos conocer las siguientes sumas de cuadrados:

$$SC_{Total} = SC_A + SC_S + SC_{(A\times S)}$$

La **hipótesis nula** (H_0) que ponemos a prueba afirma que no existen diferencias entre las medias de los diferentes tratamientos. La **hipótesis alternativa** (H_1) afirma que, al menos para una comparación entre un par de tratamientos, esas diferencias son reales:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_a$$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \cdots \neq \mu_a$ a*l menos para un par de tratamientos*

En cuanto a los **supuestos** que deben cumplirse para poder aplicar correctamente el ANOVA de un factor intra-sujetos son:

- La variable dependiente (a la que denotaremos genéricamente por Y) debe estar medida, al menos, a un nivel de intervalo.
- Las puntuaciones de la variable dependiente Y en cada nivel del factor deben ser independientes entre sí.
- Las puntuaciones de la variable dependiente Y en cada nivel del factor deben distribuirse según la curva normal. No obstante, el ANOVA es robusto ante el incumplimiento de este supuesto por lo que se pueden encontrar estudios donde se aplicó el ANOVA como técnica de análisis sin cumplirse el supuesto (aunque no es lo más recomendable). Existen contrastes de hipótesis denominados de "bondad de ajuste" que se podrían aplicar para comprobar este supuesto y que no veremos en este curso.

Estos supuestos son similares a los que se plantearon en el diseño de un factor inter-sujetos. En el diseño intra-sujetos hemos de añadir dos supuestos adicionales:

- Las varianzas de las puntuaciones para los distintos niveles del factor deben ser iguales entre sí.
- Las covarianzas entre todos los niveles del factor deben ser iguales entre sí.

Los últimos dos supuestos pueden representarse conjuntamente mediante una tabla cuadrada (*a x a)* que está en función del número de niveles del factor. En nuestro caso:

	Congruente (C)	Incongruente (I)	Neutral (N)
Congruente (C)	σ^2_{CC}	$Cov(C,I)$	$Cov(C,N)$
Incongruente (I)	$Cov(I,C)$	σ^2_{II}	$Cov(I,N)$
Neutral (N)	$Cov(N,C)$	$Cov(N,I)$	σ^2_{NN}

En esta tabla observamos que la diagonal negativa (las celdillas CC, II y NN) representan las varianzas de cada condición (varianzas de la condición congruente, incongruente y neutral, respectivamente; hemos introducido los subíndices CC, II y NN porque la varianza de una variable es lo mismo que la covarianza entre una variable y ella misma). Hemos de asumir por lo tanto que:

$$\sigma^2_{CC} = \sigma^2_{II} = \sigma^2_{NN}$$

El incumplimiento de este supuesto es particularmente grave para el ANOVA debido a que esta técnica funciona dividiendo la varianza en diferentes componentes. Su evaluación se realiza, entre otros, mediante el test de Levene, que no veremos en este curso.

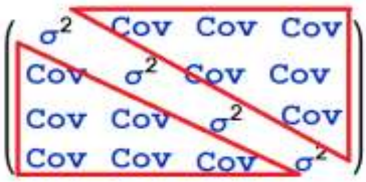
El resto de celdillas representan las covarianzas entre las puntuaciones de cada par de condiciones, recuérdese que en general: $Cov(X,Y) = Cov(Y,X)$, luego en nuestro ejemplo:

$$Cov(I,C) = Cov(C,I); \quad Cov(C,N) = Cov(N,C); \quad Cov(I,N) = Cov(N,I).$$

Por lo tanto, el último supuesto ha de plantear:

$$Cov(I,C) = Cov(C,N) = Cov(N,I)$$

Estos dos últimos supuestos se denominan en la literatura como "*simetría compuesta*" debido a que, en último término, conducen a una matriz de datos (una tabla) simétrica en relación a la diagonal negativa y compuesta solamente por dos valores (una varianza y una covarianza si se cumplen los supuestos).



En cuanto al estadístico de contraste para poner a prueba la hipótesis nula consiste en el cálculo de una razón F, es decir, de un cociente entre varianzas como se hizo en el Tema 5.

Los cálculos pertinentes exigen calcular primero lo que llamaremos **razones básicas**, similares a las que se presentaron en el capítulo anterior, aunque ahora muestran la particularidad del tipo de diseño. Estas razones son:

- [A] o el sumatorio de las puntuaciones de cada nivel al cuadrado dividido por el número total de participantes (s). Es decir:

$$[A] = \frac{\sum_{i=1}^{a} A_i^2}{s}$$

- [S] o el sumatorio de las puntuaciones de cada sujeto al cuadrado dividido por el número de condiciones:

$$[S] = \frac{\sum_{j=1}^{J} S_j^2}{a}$$

- [AS] o el sumatorio de cada puntuación al cuadrado:

$$[AS] = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{J}(AS_{ij})^2$$

Obsérvese que, a diferencia de las anteriores razones, no se divide por ningún elemento ya que cada celda de la tabla (AS_{ij}) consta de una única puntuación.

- [T] o el total de los elementos de la tabla elevado al cuadrado dividido por el producto entre el del número de sujetos (*s*) por el número de condiciones experimentales (*a*).

$$[T] = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{J} AS_{ij}\right)^2}{a \cdot s}$$

Es importante darse cuenta que hemos calculado una razón básica para cada uno de los elementos que creemos están aportando variabilidad a los datos mas la variabilidad total. Es decir, si recordamos la fórmula $SC_{Total} = SC_A + SC_S + SC_{(A\times S)}$ vemos que hemos calculado una razón básica para cada uno de los elementos de dicha fórmula.

Además, es interesante observar que la expresión matemática de cada una de estas razones puede derivarse fácilmente observando que el numerador viene dado por el cuadrado de los elementos a los que hace referencia.

La razón básica [A] viene dada por el cuadrado de los sumatorios de cada condición experimental (A_i) y dividida por el número de elementos que han servido para calcular cada A_i, es decir, el número de sujetos.

La razón básica [S] viene dado por el cuadrado de los sumatorios de los sujetos (S_j) dividida por el número de elementos que han servido para calcular cada S_j (el número de condiciones experimentales).

La razón básica [AS] viene dada simplemente por el cuadrado de las puntuaciones directas y se divide por 1 ya que cada puntuación directa sólo integra un elemento.

Por último, la razón básica [T] viene dada por el cuadrado del sumatorio del total y dividida por el número de elementos que han servido para su cálculo. Este número de elementos viene dado por el producto entre el número de condiciones (*a*) y el número de participantes (*s*).

Una vez que disponemos de estas razones básicas, procedemos a calcular las sumas de cuadrados (es decir, los numeradores de cada una de las fuentes de variación):

$$SC_A = [A] - [T]$$

$$SC_S = [S] - [T]$$

$$SC_{(A\times S)} = [AS] - [A] - [S] + [T]$$

$$SC_{Total} = [AS] - [T]$$

A continuación hemos de calcular las medias cuadráticas (cuasivarianzas) dividiendo las sumas de cuadrados por sus correspondientes grados de libertad (g.l.) para calcular el estadístico F que nos permitirá comprobar si los resultados obtenidos son significativos, es decir, si se puede rechazar H_0 (significativo) o no. Al igual que en el Tema 5 ordenamos los cálculos en una tabla de ANOVA.

Fuentes de variación	Sumas de cuadrados	Grados de libertad	Medias cuadráticas	F
Factor (A)	SC_A	$a-1$	$MC_A = \frac{SC_A}{a-1}$	$F = \frac{MC_A}{MC_{(A\times S)}}$
Sujetos (S)	SC_S	$s-1$	$MC_S = \frac{SC_S}{s-1}$	
Error $(A \times S)$	$SC_{(A\times S)}$	$(a \times s) - a - s + 1$	$MC_{(A\times S)} = \frac{SC_{(A\times S)}}{(a \times s) - a - s + 1}$	
Total	SC_T	$(a \times s) - 1$		

Observamos que hemos utilizado como varianza de error la media cuadrática correspondiente a la interacción (A × S). En los diseños intra-sujetos la fuente de error se considera que es la producida por la interacción entre el factor y el sujeto (A × S) debido a que refleja la inconsistencia con la que los sujetos se comportan bajo los diferentes tratamientos, inconsistencia que si todos los sujetos se comportaran igual con respecto a la variable independiente, no existiría. Si no hubiese inconsistencia indicaría que todos los sujetos mostrarían el efecto del factor en la misma medida o con el mismo patrón, que es precisamente uno de los supuestos de este análisis. También resulta obvio que si $MC_{(A\times S)}$ fuese exactamente cero, no podríamos calcular la razón F del factor manipulado o de los sujetos ya que esto implicaría dividir MC_A por 0, operación prohibida en matemáticas, como muy bien sabe el lector. Afortunadamente, en la práctica es muy difícil encontrar esta situación ya que siempre existirá varianza debida a la interacción entre los sujetos y el factor, aunque sea pequeña.

Obsérvese también que no hemos calculado la razón F para el factor “S” o Sujetos. Esto es debido a que estamos interesados únicamente en el factor “condición de Stroop”. En este tipo de experimentos no nos interesan las diferencias individuales. Esta información puede interesarle, en todo caso, al psicólogo diferencial ya que él estudia porqué los sujetos difieren entre sí cuando son sometidos a la misma condición experimental pero no al psicólogo que busca leyes generales.

Por último, para tomar una decisión sobre la significatividad del factor manipulado (condición de Stroop) debemos comparar la F obtenida (F muestral) con la F crítica que obtenemos de las Tablas de la razón F conociendo α (probabilidad de error tipo I que estamos dispuestos a cometer) así como los grados de libertad del numerador y del denominador de la F muestral. Si la F empírica del factor A (la que obtenemos siguiendo todos los pasos mencionados hasta ahora) es igual o superior a la F crítica entonces rechazamos H_0, lo cual significa que hay, al menos, dos medias que difieren entre sí en nuestros datos. En caso contrario (la F empírica es inferior a la F crítica) significa que no podemos rechazar la hipótesis de que, en la población, las medias de los distintos niveles del factor sean idénticas. El valor de la F crítica nos separa los valores posibles de F en dos segmentos excluyentes: a la izquierda el que define la región de aceptación de H_0 y a la derecha, la región de rechazo de H_0, tal y como puede verse en la Figura 6.1 que presenta el caso genérico (véase explicación a pie de figura).

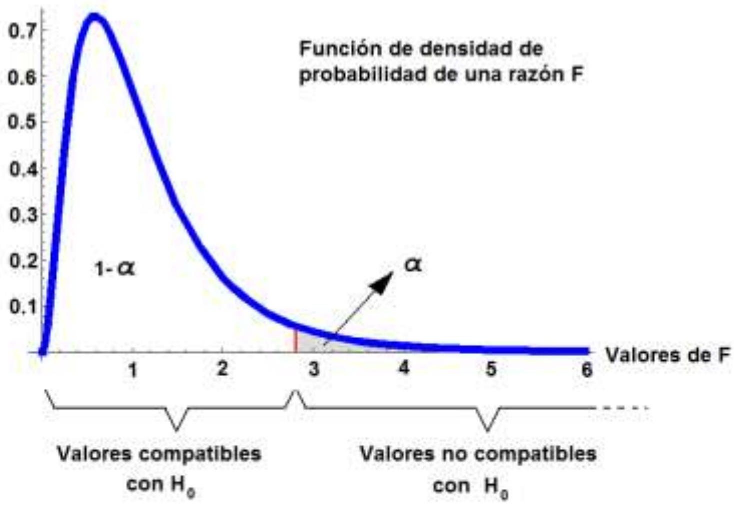


Figura 6.1: Distribución de densidad de probabilidad para una F genérica. Para poder dibujar la gráfica se ha utilizado una F con 6 y 15 grados de libertad (se han asignado unos valores concretos ya que no se puede dibujar la gráfica de una Función de Densidad de Probabilidad, o FDP, si no se concretan sus parámetros). En estas condiciones y con un α de 0.05, la F crítica vale 2.8. Este valor viene reflejado por la línea vertical que divide la función de densidad de probabilidad en dos partes, aquellos valores de F inferiores a 2.8 y que, siendo H_0 cierta, tienen una probabilidad de producirse superior a α y, por otra parte, aquellos valores de F superiores a 2.8 y que, siendo H_0 cierta, tienen una probabilidad de producirse inferior a α. En este último caso, sospechamos que H_0 es falsa y la rechazamos.

6.3.1. Análisis de datos mediante razones básicas.

Veamos con los datos de nuestro ejemplo cómo llevar a cabo el análisis de la varianza.

Condiciones y supuestos En nuestro ejemplo estos supuestos se concretan en que:

- La variable dependiente en nuestro ejemplo es el TR medio medido en segundos, que tiene un nivel de medida de razón.
- Suponemos que las puntuaciones para cada condición experimental son independientes entre sí.
- Suponemos que las poblaciones en todas las condiciones se distribuyen según la curva normal.
- Suponemos igualdad de varianzas y covarianzas.

Formulación de las hipótesis:

$$H_0: \mu_{Congruente} = \mu_{Incongruente} = \mu_{neutral}$$

$H_1: \mu_{Congruente} \neq \mu_{Incongruente}$ y/o

$\mu_{Congruente} \neq \mu_{Neutral}$ y/o

$\mu_{Incongruente} \neq \mu_{Neutral}$

Estadístico de contraste: En nuestro ejemplo tenemos 3 niveles $(a = 3)$, seis sujetos $(s = 6)$ y un número total de observaciones igual a 18 $(a \times s = 6 \times 3 = 18)$ ya que el diseño es equilibrado. Comenzamos calculando las sumas para todos los niveles y todos los sujetos, así como sus cuadrados.

	congruente a_1	incongruente a_2	neutral a_3	S_i	S_i^2
S_1	0,545	0,832	0,620	1,997	3,988
S_2	0,630	0,736	0,635	2,001	4,004
S_3	0,610	0,663	0,680	1,953	3,814
S_4	0,680	0,715	0,660	2,055	4,223
S_5	0,590	0,880	0,700	2,170	4,709
S_6	0,600	0,790	0,670	2,060	4,244
A_i	3,655	4,616	3,965	$\sum A_i = 12{,}236$	$\sum S_j^2 = 24{,}982$
A_i^2	13,359	21,307	15,721	$\sum A_i^2 = 50{,}387$	

Calculamos las razones básicas:

$$[A] = \frac{\sum A^2}{s} = \frac{13{,}359 + 21{,}307 + 15{,}721}{6} = \frac{50{,}387}{6} = 8{,}398$$

$$[S] = \frac{\sum S^2}{a} = \frac{3{,}988 + 4{,}004 + 3{,}814 + 4{,}223 + 4{,}709 + 4{,}244}{3} = \frac{24{,}982}{3} = 8{,}327$$

$$[T] = \frac{(\sum\sum AS)^2}{a \times s} = \frac{12{,}236^2}{18} = 8{,}318$$

$$[AS] = 0{,}545^2 + 0{,}630^2 + \cdots + 0{,}670^2 = 8{,}444$$

Calculamos las sumas de cuadrados:

$$SC_A = [A] - [T] = 8{,}398 - 8{,}318 = 0{,}080$$

$$SC_S = [S] - [T] = 8{,}327 - 8{,}318 = 0{,}009$$

$$SC_{(A\times S)} = [AS] - [A] - [S] + [T] = 8{,}444 - 8{,}398 - 8{,}327 + 8{,}318 = 0{,}037$$

$$SC_{Total} = [AS] - [T] = 8{,}444 - 8{,}318 = 0{,}126$$

Construimos la tabla de ANOVA:

FV	SC	g.l.	MC	F
Factor (A)	0,080	2	0,04010	10,888
Sujetos (S)	0,009	5	0,00190	
Error $(A \times S)$	0,037	10	0,00368	
Total	0,126	17	0,00744	

Regla de decisión. Consultamos el valor crítico en la tabla F de Fisher, que para 2 y 10 grados de libertad y un nivel de confianza del 95% es igual a: F = 4,103. Dado que el estadístico de contraste es superior al valor crítico (10,888 > 4,103) rechazamos la hipótesis nula. Mediante un programa informático podríamos calcular que el nivel crítico p es igual a: p = 0,0031. Por lo tanto el estadístico de contraste también supera un nivel de confianza del 99%.

Conclusión. Existen diferencias significativas en cuanto el tiempo de reacción medio entre al menos un par de medias para las condiciones Congruente, Incongruente y Neutral del efecto Stroop.

6.4.- Ejercicios de auto-evaluación

6.4.1.- Enunciados

1. El contrabalanceo de los niveles de un factor es una exigencia en los diseños: A) test-retest; B) inter-sujetos; C) intra-sujeto.

2. En un diseño de un factor intra-sujeto, los participantes: A) pasan por todos los niveles del factor; B) solamente pasan por un nivel del factor; C) no muestran efectos de aprendizaje.

3. La ventaja de utilizar un diseño intra-sujetos en relación a un diseño inter-sujetos consiste en que: A) el término error es usualmente inferior; B) el sujeto es su propio control; C) ambas opciones son correctas.

4. Una tabla $A \times S$ se compone de: A) la media de la variable dependiente para cada nivel del factor; B) los valores de la variable dependiente en cada nivel del factor y para cada sujeto; C) el sumatorio de la variable dependiente para cada sujeto.

5. Si disponemos de 8 sujetos y 4 condiciones experimentales, el denominador de la razón básica [T] es igual a: A) 8; B) 32; C) 4.

6. En los diseños intra-sujetos se considera que la varianza de error viene dada por: A) el factor manipulado; B) los sujetos; C) la interacción entre el factor manipulado y los sujetos.

6.4.2.- Soluciones.

1.- C 2.- A 3.- C 4.- B 5.- B 6.- C

6.5.- Ejercicios propuestos.

1. Se realizó un estudio para comparar la productividad de tres trabajadores en cuatro máquinas de ensamblaje idénticas. Se recogieron los registros de producción para cada operario en cuatro días seleccionados al azar. Los resultados fueron:

Operario 1	Operario 2	Operario 3
56	79	75
66	69	76
79	74	90
72	58	80

Evalúe la hipótesis de que los tres trabajadores fueron igualmente productivos.

2. Se realizó un experimento para determinar el efecto de cuatro productos químicos sobre la resistencia a la rotura en varias telas. Se quería obtener esta información porque estos productos químicos se utilizaban como parte normal del tratamiento para el prensado final de la tela. Si su efecto no resultaba significativo, entonces no habrían implicaciones en la manufactura del producto pero si lo resultaba, se podrían estudiar procedimientos alternativos que no afectaran a la calidad de la tela. Por ello, se seleccionaron cinco telas distintas y se realizó un experimento en orden aleatorio con cada tipo de tela y cada producto químico. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Producto químico	Tipo de tela				
	1	2	3	4	5
1	1,3	1,6	0,5	1,2	1,1
2	2,2	2,4	0,4	2,0	1,8
3	1,8	1,7	0,6	1,5	1,3
4	3,9	4,4	2,0	4,1	3,4

Evalúe si existen diferencias entre las medias de resistencia al estiramiento en función de los productos químicos utilizados.

6.6.- Solución a los ejercicios propuestos.

1.- En este diseño hay que tener en cuenta dos aspectos:

a) la unidad de observación es el operario y se realizan mediciones repetidas sobre el mismo; luego es un diseño intra-sujeto y para realizar los cálculos es necesario hacer la transpuesta de la Tabla de datos, es decir, convertir las filas en columnas y las columnas en filas.
b) pero, además, al hacer este giro nos damos cuenta de que la hipótesis no se plantea sobre los días (factor en las columnas) sino sobre los sujetos. Por consiguiente, tenemos que realizar el ANOVA usual pero en la tabla del ANOVA no nos interesa el factor A (que en este caso sería el día) sino el factor S, que es el que pondremos a prueba.

Transpuesta de la tabla de datos:

	Día				S_i	S_i^2
	1	**2**	**3**	**4**		
Operario 1	56	66	79	72	273	74529
Operario 2	79	69	74	58	280	78400
Operario 3	75	76	90	80	321	103041
A_i	210	211	243	210	874	255970
A_i^2	44100	44521	59049	44100	191770	

Se calculan las razones básicas:

$$[A] = \frac{\sum A^2}{s} = \frac{44100 + 44521 + 59049 + 44100}{3} = \frac{191770}{3} = 63923{,}3$$

$$[S] = \frac{\sum S^2}{a} = \frac{74529 + 78400 + 103041}{4} = \frac{255970}{4} = 63992{,}5$$

$$[T] = \frac{(\sum\sum AS)^2}{a \times s} = \frac{874^2}{12} = 63656{,}3$$

$$[AS] = 56^2 + 66^2 + \cdots + 80^2 = 64660$$

Calculamos las sumas de cuadrados:

$$SC_A = [A] - [T] = 63923{,}3 - 63656{,}3 = 267$$

$$SC_S = [S] - [T] = 63992{,}5 - 63656{,}3 = 336.2$$

$$SC_{(A\times S)} = [AS] - [A] - [S] + [T] = 64660 - 63923{,}3 - 63992{,}5 + 63656{,}3 = 400{,}5$$

$$SC_{Total} = [AS] - [T] = 64660 - 63656{,}3 = 1003{,}7$$

Construimos la tabla de ANOVA:

FV	SC	g.l.	MC	F
Factor (A)	267	3	89	1,33
Sujetos (S)	**336,2**	**2**	**168,1**	**2,52**
Error ($A \times S$)	400,5	6	66,75	
Total	1003,7	11		

El valor de la F crítica con 2 y 6 grados de libertad (ya que estamos evaluando los sujetos, no el día) a un $\alpha = 0{,}05$ vale 5,143. Debido a que la F empírica es inferior a la F crítica (2,52 < 5,143) no podemos rechazar la hipótesis nula de que los tres operarios son igual de eficientes.

2.- Este segundo caso también exige realizar la transpuesta de los datos ya que lo que nos piden es determinar el efecto del Producto Químico utilizando el tipo de tela como “unidad de observación” sobre la que realizan 4 evaluaciones repetidas, una para cada producto químico.

Tipo de tela	Producto químico				S_i	S_i^2
	1	**2**	**3**	**4**		
1	1,3	2,2	1,8	3,9	9,2	84,64
2	1,6	2,4	1,7	4,4	10,1	102,01
3	0,5	0,4	0,6	2,0	3,5	12,25
4	1,2	2,0	1,5	4,1	8,8	77,44
5	1,1	1,8	1,3	3,4	7,6	57,76
$\boldsymbol{A_i}$	5,7	8,8	6,9	17,8	39,2	334,1
$\boldsymbol{A_i^2}$	32,49	77,44	47,61	316,84	474,38	

Se calculan las razones básicas:

$$[A] = \frac{\sum A^2}{s} = \frac{32{,}49 + 77{,}44 + 47{,}61 + 316{,}84}{5} = \frac{474{,}38}{5} = 94{,}876$$

$$[S] = \frac{\sum S^2}{a} = \frac{84{,}64 + 102{,}01 + 12{,}25 + 77{,}44 + 57{,}76}{4} = \frac{334{,}1}{4} = 83{,}525$$

$$[T] = \frac{(\sum\sum AS)^2}{a \times s} = \frac{39^2}{20} = 76{,}8$$

$$[AS] = 1.3^2 + \cdots + 3.4^2 = 102{,}52$$

Calculamos las sumas de cuadrados:

$$SC_A = [A] - [T] = 94{,}876 - 76{,}8 = 18{,}1$$

$$SC_S = [S] - [T] = 83{,}525 - 76{,}8 = 6{,}725$$

$$SC_{(A\times S)} = [AS] - [A] - [S] + [T] = 102{,}52 - 94{,}876 - 83{,}525 + 76{,}8 = 0{,}919$$

$$SC_{Total} = [AS] - [T] = 102{,}52 - 76{,}8 = 25{,}72$$

Construimos la tabla de ANOVA:

FV	SC	g.l.	MC	F
Factor (A)	**18,1**	**3**	$\mathbf{6,033}$	$\mathbf{79,381}$
Sujetos (S)	6,725	4	$1{,}681$	
Error $(A \times S)$	0,919	12	$0{,}076$	
Total	25,72	19	$1{,}354$	

Conclusión:

El valor de la F crítica con 3 y 12 grados de libertad (ya que estamos evaluando los productos químicos) a un $\alpha = 0{,}05$ vale 3,490. Debido a que la F empírica es superior a la F crítica (79,381 > 3,490) debemos rechazar la hipótesis nula de que los cuatro productos químicos tengan el mismo efecto sobre la resistencia a la rotura de las telas sobre las que se aplica. Hay al menos dos de ellos que difieren en el efecto que producen sobre las telas.